

霜田光一先生 研究発表討論会

3 重振り子の連成振動

～3 準位レーザー・2 光子蛍光との類似と相違～



日時：2017年4月10日（月）16:30～18:10

場所：電気通信大学 東6号館337室

主催：電気通信大学

JST, ERATO 美濃島知的光シンセサイザプロジェクト

量子科学研究センター

美濃島 霜田光一先生の電通大第2回の講演会を始めさせていただきたいと思います。私は基盤理工学専攻の美濃島と申します。今日は、お集まりいただきまして、ありがとうございました。

ご存じのように、11月に霜田光一先生にご講演を頂きましたけれど、そのときには「連成振り子とレーザーとレーザーの関係」ということで、初歩的なところから示唆に富んだご講演を頂きましたけれど、その後、皆さんと講演についてディスカッションしていただいたことについて、霜田先生がさらに実験を思い付かれ、深められたということ



で、それを皆さんと、ぜひ、もう1回議論させていただきたいと霜田先生からお申し出がありまして、このような形で講演会を企画させていただきました。霜田先生の新作の実験ですので、私たちにとって大変ありがたい、貴重な機会ですので、ぜひ、させていただけたらと思います。今日のご講演は、タイトルが「3重振り子の連成振動」ということで、お話があります。このように実験のセットアップもありますので、ご覧いただいて、議論していただけたらと思います。

重複になりますが、簡単に霜田光一先生のご紹介をさせていただきたいと思います。1943年に、東京帝国大学理学部物理学科をご卒業され、大学院特別研究生になられ、1948年には、東京大学理学部助教授、1959年に教授、1981年に名誉教授になられました。その後、1960年に理化学研究所主任研究員、1981年には名誉研究員、1981年からは慶應義塾大学の理工学部客員教授、1993年には東京都立科学技術大学客員教授を歴任されています。

数々の受賞もされています。1974年には東レ科学技術賞、1979年には米国光学会のMees Medal、1980年には日本学士院賞、1990年には勲二等瑞宝章、2008年には文化功労者を受賞されています。皆さんも授業で使っている『エレクトロニクスの基礎』や『レーザー物理入門』、『歴史をかえた物理実験』など、数々の教科書も書かれていらっしゃいます。今日は、ご講演と実験の方を中心にお願いしたいと思います。

実験準備

美濃島 お手元に、2種類の資料を配布させていただいています。「3重振り子の連成振動」というものと、今日付けの「非線形3重振り子の連成振動」というものです。2月17日付けの「3重振り子の連成振動」というのが、霜田先生が前回の講演の後に考案され、いろいろ実験されてきたということなのですが、2月の終わりぐらいに、私のところにお手

紙を頂きまして、前回の講演の後に思い付いたと。皆さんの議論のおかげで考案した実験があるのだけれどということで、この資料が送られてきたのです。

そのときにおっしゃっていたのが、いろいろな実験をされているのだけれど、想定外のいろいろな現象が起きていて困っているということで、ぜひ皆さんと、もう1回議論させていただ



きたいということ、2月の終わりに頂きまして、そこから、いつにしようというようなやり取りをしている中で、どんどん実験の方がバージョンアップしてきたとおっしゃって、私のところに何枚もファックスが来て、いろいろバージョンアップするとともに新たな現象も出てきて、ぜひ議論したいというようなことで、今日に至っているわけです。その過程で、また資料が増えていて、今日付けの資料になっているわけです。

この時間を利用して、みなさん資料に目を通していただいで、この後のお話を聞いていただけたらと思います。

実験準備

霜田 先ほど美濃島先生から紹介があったように、この前に、二つの、長さの等しい振り子の連成振動の実験を行い、長さの等しい二つの振り子ではなく、別の種類の振動、ねじれ振動を起こす振動でも、二つの振動数が同じならば連成振動が起こるという実験をしました。それと2準位のメーザー、レーザーとの関連の話をしました。それについては実験を繰り返すことはしませんので、思い出していただきたいと思います。

そのときにあった議論から、3準位のレーザーに相当する実験はできないかという話があったので、考えました。二つの振り子の場合、二つの振動数が等しくなければ、連成振動は起こらないのですが、三つの振り子の場合、もちろん三つの長さが同じという連成振動はありますけれど、それは、あまり面白いことではありません。三つの長さが違う場合の連成振動の実験を試みました。長さが違う場合でも共鳴が起こるというのは、今日お配りしたプリントに書いたように、三つの振り子の振動数を、高い方から順に ν_1 、 ν_2 、 ν_3 としますと、 $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$ になります。つまり、振動数10の振り子に対して、後のものが4と6、あるいは7と3になるというようなものです。5と5でもいいのですが、それは5と5が重なって面白くないと言いますか、望んでいるものではないわけで、三つとも違う場合を考えます。

もう一つは、2番目の振動数の2倍が、他の振動数の和に等しくなるということで、 $2 \times$

$v_2 = v_1 + v_3$ になるというものです。つまり、分かりやすく言いますと、振動数が 4 : 5 : 6 という比の三つの振り子があると、5 の振動数の振り子の 2 倍の振動数、2 倍波が 4 と 6 の和の振動数になるというわけです。音で言えば、2 番目の振り子の倍音が、他の和周波と共鳴するというケースです。

そのことから考えると、はじめのはフォトンの言葉で

言えば、3 フォトンの共鳴、三つのフォトンの過程です。第 2 のケースは、2 倍波を使っているので、4 光子の過程になるというわけで、そちらの方が起こりにくく、はじめの方が起こりやすいだろうと思って実験したところ、そうではなかったということです。あまりうまくいかない実験を見せるのは、時間もかかりますし、納得しにくいと思うわけですが、それについて、先ほどお配りしたプリントを見ていただきたいと思います。

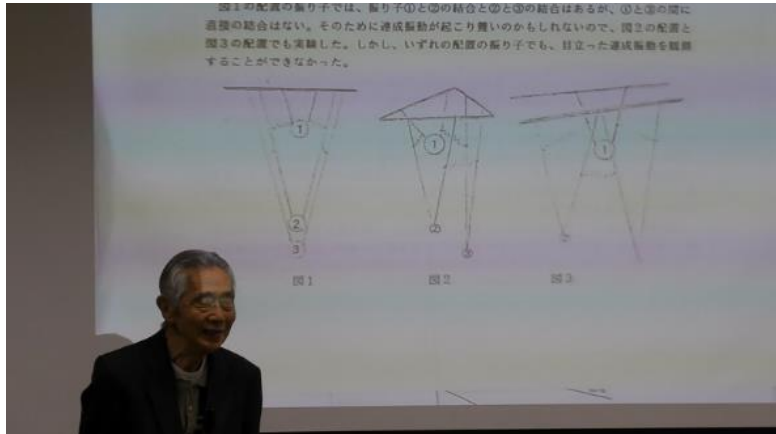
図 1、2、3 のところは、今日は実験をしないでお話だけになります。

図 1 に書いたように、三つの振り子を 2 本づりにして、横振動しないようにして、縦に並べます。例えば、振動数が 10 : 6 : 4 になるようにします。振り子は短い方が、振動数が大きいわけですから、そのように並べて、V 字型につるして、輪ゴムでカップリングさせるといふ図 1 のような装置を作りました。こういう装置ですと、3 準位レーザーの場合と違って、振り子では振動数が高い方が、長さが短くなります。先ほど言ったように振動数が 10 : 6 : 4 になっているわけですが、4 と比べて 10 の方は 2.5 倍ですから余計ですが、分かりやすいように 2 倍とすると、振り子の長さは 1/4 になります。すると、振幅も 1/4 になってしまいますから、振動のエネルギーは 1/16 になってしまいます。重りの方も 1/4 にすると 1/1024 になってしまうわけで、実際の実験では、3cm の鉄の球を三つ並べて、それが今言ったような周波数の条件になるようにして実験しました。

そのように並べた実験では、望んでいるような連成振動は起こりませんでした。図 1 をご覧になると分かるように、高い方から振り子の順番を 1、2、3 とし、1 と 2 の間のカップリングは輪ゴムでできます。2 と 3 の間のカップリングも輪ゴムでできるのですが、1 と 3 を輪ゴムで結ぶわけにはいきません。ゴムでなくスプリングでも、つないで振動させるわけにはいかないわけで、1 と 3 の接合がありません。



そのために、うまくいかないのではないかと考えて、1、2、3それぞれを全部カップリングしようとしました。そのためには、平面に並べるのではうまくいきませんので、三角形にして三つの振り子を並べるようにしたのが図2の装置です。これでやっても、どうも、うまくいきません。1、2、3の振り子の振動面が違うわけです。正三角形なら120度違うので、それでうまくいかないのではないかと。この場合には、



1-2、2-3、3-1と、それぞれ輪ゴムでつないで、カップルさせているのですが、図1と同じぐらいしか行きません。連成振動らしきものは、ひいき目に見れば見えるのではないかとこのような具合でした。

それでは振動面を同じにしようということで、図3のような装置にしたわけです。つまり、1を後ろの方に置いて、2と3を並べるようにしました。このようにしますと、それぞれが紙面と直角の方向に振動して、1-2、2-3、3-1とカップルすることができるわけです。このようにしても、あまり分かるような連成振動が見つからなかったのです。

ところが、3準位レーザーに相当するのではなく、4光子過程にする、2倍波が共鳴して、振動数 ν_2 の2倍が ν_1 と ν_3 の和になる実験。実際の実験装置は正確でなくてもうまくいくのですけれど、4:5:6という比にしたものが図4の装置です。この装置では、振り子2の2倍波が、1と3の和と共鳴するというふうに作りました。

先ほどの図1の実験では、周波数の高い振り子の方が、振幅が小さいために、エネルギーが小さくなってしまふのです。そこで振り子1の質量を100倍か1000倍にすればいいことなのですが、そんなに大きくすることはできません。考えてみたら、2と3の質量



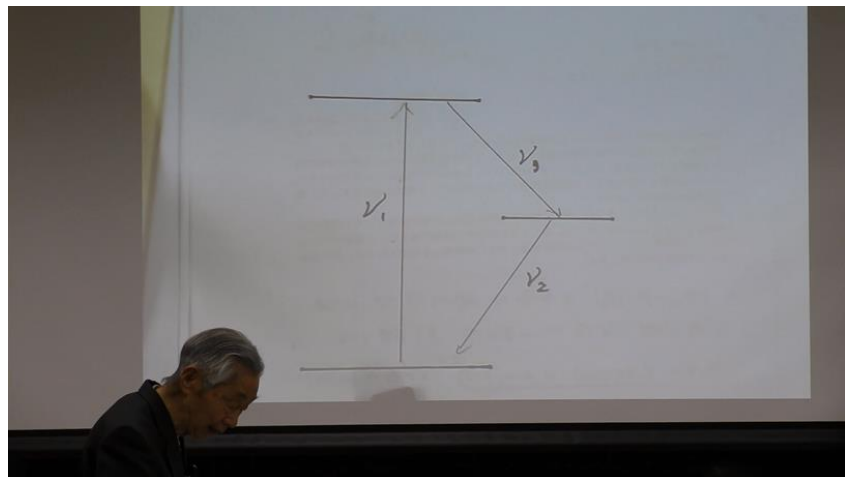
を小さくすればいいのではないかとということで、図1の一番上の短い振り子は3cmの球にして、下の二つを1cmの鉄球にしたのです。これほど小さくては、あまり長い間振れないのではないかと心配したのですけれど、結構うまくいくので、そのようにして、古典的な振動とフォトンのエネルギーの場合の違いをうめることにしたわけです。

図4の場合にも2倍波を出すために振り子2は重いほうがよからうということで、これに3cmの球、他は1cmの鉄の球を使っています。

この実験は、振り子2を、少し振らせただけで、非常に他がよく振れだすわけです。連

成振動が起こったのです。4光波の共鳴に相当する実験の方が簡単に、長さの調整も、カップリングの大きさなども、結構いいかげんでもうまくいくということなのです。

なぜ3準位レーザーに相当する3重振

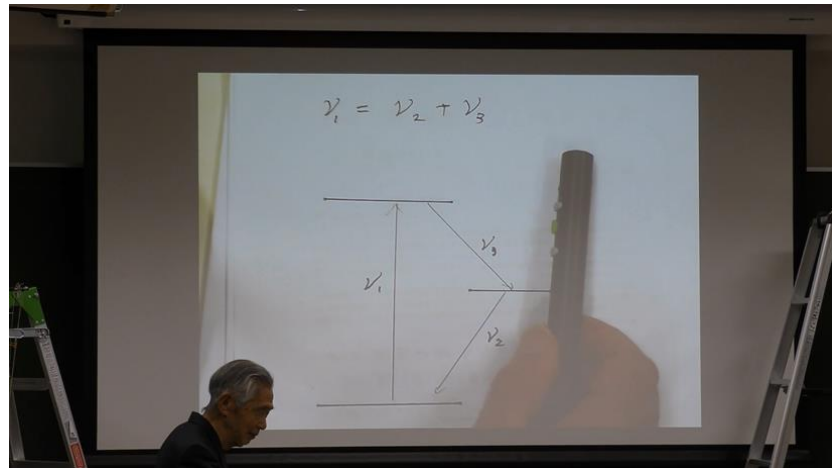


り子の実験がうまくいかなかったかというのが、プリントの2枚目の中ほどのところに書いてあります。図を見れば、お分かりと思いますけれど、三つのエネルギー準位を考えると、このような遷移が ν_1 、 ν_2 、 ν_3 に相当するわけです。実際のレーザーの場合、電子励起で E_1 から E_3 へ励起されて、 E_3 から E_2 へ緩和して、 E_2 から E_1 への遷移がレーザー発振するというのが普通ですが、その場合には、 E_1 から E_3 への遷移が結論を言えば許容遷移で、 E_3 から E_2 へ、許容遷移で落ちます。

それに対して、 E_2 から E_1 へは禁制遷移です。つまり、ダイポール (dipole) ではトランジション (transition) しないために、反転分布ができるわけです。レーザーが当たり前になっている今では、あまり気が付かないで気にしない人が多いのですが、実はレーザー遷移というのは、普通の分光では見えないようなスペクトルが見えるのです。ルビーの場合は多少例外的ですが、例えばヘリウムネオンレーザーの赤い光では、放電のスペクトルの中にはほとんど見えないようなスペクトル線です。また、色素レーザーでも似たようなことがあるわけで、反転分布ができるのは通常の許容遷移が起こりにくいところで、あるいは起こらないところで反転分布ができます。つまり、これが許容遷移であると、 E_2 から E_1 へ、すぐ decay (減衰) して落ちてしまうので、反転分布にならないわけです。レーザー発振が起こって、レーザー発振をすると強い光が出るので、それがよく知られているように、役に立っているわけです。

これに相当することを振り子で考えると、 ν_1 の振動と ν_3 の振動はよく起こるけれども、 ν_2 の振動は非常に起こりにくい。レーザーでは、許容遷移に比べて禁制遷移は何万分の1、場合によっては100万分の1ぐらい少ないのです。ルビーの場合で言いますと、可視光の吸収の方は 10^{-9} 秒 (ナノ秒) ぐらいの寿命で遷移するわけですが、 E_2 準位の寿命はミリ秒あるわけです。低温にすると3ミリ秒あるというわけで、ナノ秒に対してミリ秒ですから6桁違うのです。

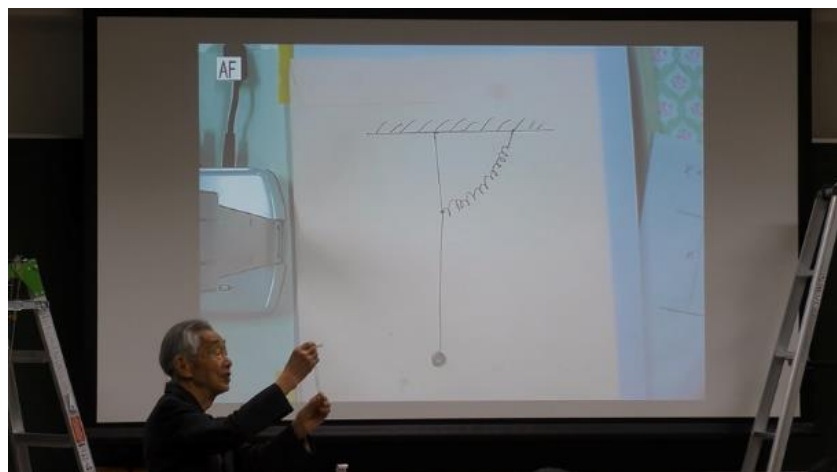
振り子の場合、6桁も違う振動は、なかなか観測できないわけです。光では6桁違うといっても、ナノ秒でもミリ秒でも、目で見ているときには、あまり感じないわけです。そういう感じはしないで、ミリ秒でもすぐに起こるようですけど、実際には、この反転分布ができてからでも、レーザー発振が起こるまでにはマイクロ秒、ルビーの場合は確か10マイクロ秒オーダーで、もちろん、それは共振器のQ値などにもよるのですが、とにかくマイクロ秒ぐらいのオーダーおくれて、レーザー発振が立ち上がるというわけです。従って、振り子で、この遷移を3準位で実現しようというのは、なかなか難しいことになるわけです。



禁制遷移がなぜ起こるのかと言いますと、本当に純粋の3準位系ではなく、 E_2 準位の近いところに、光の場合はかなり遠くてもいいのですが他の準位があって、その準位は遷移としては使っていないのですが、その準位の **perturbation** (摂動) によって、その準位がここの準位と少し重なり合っている。その結果、準位の対称性を欠いてくるといいますか、ここが純粋の状態ではなく、他の状態が少し混じっているために、その混じり具合が何万分の1でもあることによって、 E_2 から E_1 への遷移が観測できるようになるわけです。

それに相当することを、振り子の振動でやろうということになると、どうしたらいいかと言いますと、振り子も調和振動の組み合わせではいけないので、その場合には、非線形の振動子にしたらいいということで、3重振り子に非線形素子を入れることを考えたわけです。

どのようにして非線形にしたかと言いますと、振り子に対して、このようにバネを付けたわけです。それを示すために、これを持ってきました。このようにバネを付けますと、バネがこちらに動くときには柔らかく **helix** (螺旋) が曲



がるのですが、引っ張るときには非常に強いというわけで、左右で非常に非線形な力が働くということです。持って触るとよく分かりますから、お返しします。

1 cm ぐらいの鉄の球をつるした振り子では、今のようなバネではとてもいけないので、細い黄銅線でコイルを巻いてバネを作って、そうやって作った 3 重振り子がこれです。

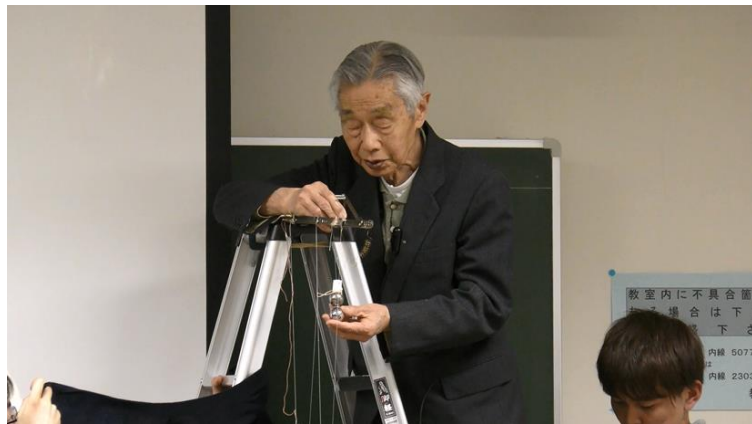
2017.4.10 のプリントの図 1 です。一番振動数の高い振り子が、右にあって、振動数の低い振り子、先ほど 10 に対して 4、6 と言いましたけれど、4 と 10 では 2 倍半ほど違うので、非常にやりにくいのです。やりにくいというのは、共鳴条件から遠



くなって、カップリングしないのです。それで、2 番目と 3 番目の振り子は、同じぐらいの長さです。実際には、長さが 4cm ぐらい違う振り子を使っています。プリントでは 64 cm と 68 cm で、4 cm ぐらいの違いです。

そのような二つの振り子を置いて、その片方に黄銅線で作ったバネを付けています。ピアノ線の方がいいのですが、細いピアノ線がなくなってしまい、太いピアノ線では硬すぎてうまくいかないのです。細い黄銅線を使いました。これを使って、振動がどのようになるかと実験してみますが、最初からうまくいかないかもしれません。とにかく実験は、時間があれば 3 回ぐらいやってみるつもりです。

上の振動数の高い振り子を振動すると、下の振り子は、初めはランダムに振動しています。横揺れを防ぐために 2 本づりにしているのですが、2 本づりにしても、あまり横揺れは止まりません。幅を、3 cm や 5 cm 横に広げてもうまくいかないのです。正三角形ぐらいに広くすれば横揺れは少ないのですが、そのようにするとカップリングがうまくいかないのです。今はこのような状態にしているわけです。横揺れのダンピングなどを防ぐために、ここに余分な糸が付けてあるわけです。



少しチューニングがずれました。どちらにした方がいいのかな。多分、短くした方がいいでしょう。

この振り子の長さが 0.1 mm ぐらい違っても影響するのです。実は、それに気が付いたのは、初めはこの振り子を太い木綿糸でつるして、調整しておいて翌日やってみると、うまくいかないということがありました。誰も触らないような所に置いてあったのですが、どこかずれてしまったのかもしれないと思ったのですが、そのようなことが一度だけならいいのですが、その次にも起こりました。

考えてみると、前の晩に調整したときには、暖房して 20 °C ぐらいにして実験している

のですけれど、誰もいない部屋に置いてあるものですから、朝は 10 °C 以下、寒い日には 5 °C ぐらいになっていました。その温度差が大きいときに狂うのではないかとということに気が付きました。気を付けてみると、同じようなことが 2 度ほど起こって、そのせいだということが分かりました。

木綿糸では影響が大きいので、これは鉄製にしています。これも、ピアノ線の細いものがなかったので、0.3 mm ぐらいの鉄線にしまして、その結果、実験の再現性も非常に良くなり、微細な効果が分かるようになったわけです。

今、説明をしていたので、振動がどのようになったか、よく見ていなかったもので、もう一度やってみます。初めに横揺れがありますけれど、横揺れがだんだん止まってきて、こちら向きの振動が始まってきます。それも、この二つの振り子が、ほとんど同じ位相で振動するのが連成振動です。連成振動で、どうして同じになってくるかということは、これからお話しします。どうやらいいようです。本当は、このくらいになってから振幅が増してくるのが本物ですけど、まだ途中です。

横揺れが止まってから、こちらがだんだん増えてくるというのが、この辺からだんだん増えてくるのがいいのですが、あまり増えていきませんね。先ほどより、少し良さそうですね。かなり共鳴に近いところに来ています。

では、止めてもらいましょう。初めに動いていると、少し影響が分かりにくい。少し第 1 の振り子の長さを変えて……、これは悪いな。先ほどより悪いかもしれません。では、そのままにしておいてください。今、上の振り子の長さを少し変えているだけです。弱くなってしまいました。いくらいいですね。もう少し良くなるはずですけど。では、止めてください。遠くから見ると、ほとんど同じに見えるかもしれませんが、少し違います。先ほどより、いくらいいですね。あまり時間がないので、100 % うまくいくところまでは行かないと思います。あまり時間を使ってもいけないので、ちょっと共鳴が完全ではありませんけれど、一応、話を続けることにします。

連成振動しているときは、二つの振り子が同じ位相で、もちろん同じ振動数で振動するのは、カップルしているのが当たり前ではないかと思うかもしれませんが、そうでないことを簡単に示すことができますので、それをお見せしておきます。

上の振り子には手を付けていません。そのままこの振り子は止めておきます。本当は手で押さえていればなお



さらですが、押さえていなくても、ほとんど同じです。下の二つの振り子は、どちらでも同じですけど、一つを振らせてやりますと、この場合には、二つの振り子が違う位相で振動します。これはカップルしていますから、他方の振り子も運動を始めるわけですけど、位相がずれています。上の振り子を振動させて連成振動が起きたときと違うわけで、位相がずれています。振動数が違いますから、待っていると、あるときに同じ位相になり

ますけれど、またずれていきます。遠くからでも見えるように、もう少し振幅を大きくしてやってみてもいいです。このようにずれています。たたいて揺らしても同じです。この場合でも位相がずれているわけで、連成振動にならないで、二つの振り子がカップルしているとき、長さが違うと、このように位相が違うわけです。

この場合でも、非常に長く待てば上の球が振れだして、先ほどのような連成振動になるはずですが、そのような連成振動が起こるまでには、かなりの振動を繰り返さないといけないので、見ている間には連成振動が起こらないわけです。このように位相が違うのですけれど、そのまま全然手を付けずに、上の球を振らせて、もう少し振動が収まるまで待ちましょう。少し振動が残るのですけれど、そのとき下の振り子を振らせて、後は手を離していても、連成振動が起こって、同じ位相の振動をしています。先ほどは位相が違出し、その位相差もだんだんずれていくのですけれど、この場合にはそのようなことなく振動しています。

非常に共鳴条件が良くなっていると、連成振動しているときに何回か振動すると、片方が止まります。ほとんど止まってくるまで、少し揺らぎが残っていますけれど、細かい揺らぎを無視すれば、ほとん



ど止まっていて、それがまた振れだします。先ほど上の球を静止したままで下の二つの振り子を動かしたときには、違う位相になったのですけれど、今は、一度止まって動き出した後も、同じ位相で振動します。分かるでしょうか。同じ位相で振れだしています。同じ位相で振動しています。先ほどは、この状態では同じ位相にならなかったのですけれど、もう少しすると、またこちらが止まってくると思います。静止した後に動き出すときも、上の球は、そばで見ても分からないぐらいしか動いていないのですけれど、その影響で、下の二つの振り子が同じ位相になっている、連成振動になっているのです。

連成振動になっていないときは、先ほどのように位相がばらばらで、振動数も違います。今は振幅が小さいので、遠くからは分かりにくいかもしれませんが、このようになっています。

再現性を確かめます。振幅は大きい方が、つまり線形現象なら、振幅を2倍にすれば2倍になるのですけれど、非線形では、振幅を2倍すれば4倍、またはそれ以上になるわけですから、なるべく振幅を大きくしたいわけですが、あまり大きくすると、球がぶつかってしまったり、ひもが絡んだりしますので、どの辺まで大丈夫かというのが難しいところです。難しいというか、手加減のところですね。先ほどより、少し振幅を大きくしましたから、よくいくと思います。同じ位相での振動が始まりました。連成振動が始まって、だんだん大きくなります。初めにちょっと大きくしただけ、振幅も大きいと思います。や

がて、片方が止まるのも、先ほどと同じだと思います。

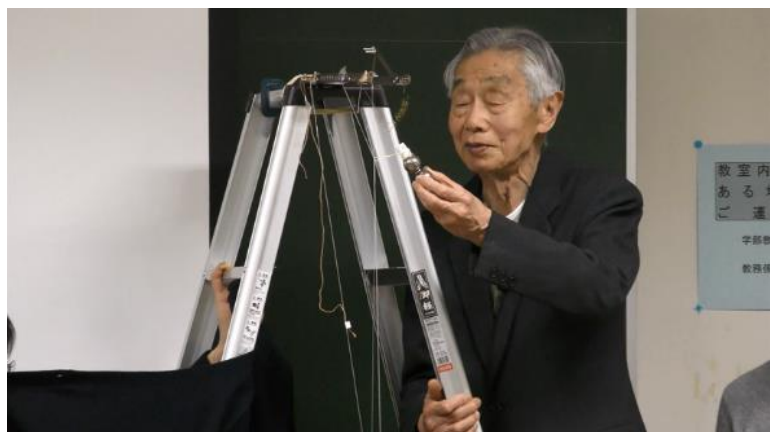
横揺れがなるべくないように2本づりにしているのですが、それでも困るというので、余分なひもを横揺れ防止用に付けたわけです。初めは、この糸を横から引っ張ったのですけれど、ただここに付けておくだけで、空気抵抗でダンピングが効きます。これで振り子の横揺れが少なくなって、振動がほとんど止まってから振れだすときも、同期して振れだします。同期だけではなく、位相が同じに振れだしているのです、連成振動であることが分かります。

光に比べて、非線形効果をすごくきつくしないと、連成振動がなかなか起こってくれません。光の場合でも、先ほどレーザーについて言ったように、反転分布ができてからレーザー発振が起こるまでに10~20マイクロ秒かかっているわけです。マイクロ秒というのは瞬間的に起こるようでは、光の振動数から言えば、その間に $10^6 \sim 10^7$ 回振動しているわけで、振り子でも何万回か振動を待っていれば、連成振動にだんだん入っていくのでしょうか、それではとても分かりません。観測できる時間の間に連成効果が見えるようにしようというので、条件もクリティカルになっているわけです。

なるべく長い回数振動しないと、連成効果が見えてきませんから、そのためには減衰が小さくしなければなりません。つるす糸も、初めは、太い糸を使ったのですが、結局、空気抵抗で減衰しているのが主だというのが分かりました。もちろん、真空中で実験すればいいのでしょうけれど、それは手軽にはできませんので、細い糸にしようということで、細い糸に変えたわけです。最初はこれよりもっと細い、いわゆるカタン糸を使ったのですが、それは細すぎて、ちょっと扱いが悪いと切れてしまったり、切れたのを結び直すのが大変で、太さは測っていませんが、少し太い木綿糸、通常の白い縫い糸でつるしています。

その場合には空気抵抗が減って、メインの振動のダンピングが減って、長時間観測できるようになったのですけれど、横揺れの方もダンピングが小さくなって、振幅が大きくて困るので、初めに使った太い木綿糸を横に付けたのです。これは適当に付ければいいわけで、この空気抵抗で適当な減衰を与えるというような苦勞をして、どうやらお見せできるようなものになったわけです。

100%横揺れを止められないので、振幅で言えば、この角度より広い範囲ぐらいいまで、このくらいの範囲まで下の振り子が振れるようになりました。今は、とてもそこまで行きませんけれど、もう一度デモンストレーションをやってみます。振幅をどのぐら



い大きくしていいか分かったので、このような現象が起こることが確かめられました。その結果、二つの振り子が直接カップルして、そのパラメトリック振動、ブランコの振動と同じような振動でなくて、連成効果であるということを確認することができました。

いろいろご質問があると思います。まだ、時間がありますね。質問に応じて実験をしてもいいと思うのですが、大体予定している実験の種類としては以上です。連成振動では、下の振り子の振幅が大きくなったときには上の球はほとんど止まり、また動き出すという現象があります。これも、二つの振り子の連成振動の実験で思い出したのですが、二つの振り子の実験のときに、初めに片方の振り子だけを振らせますと、その振り子の振幅が小さくなるにつれて、第2の振り子の方が大きくなって行って、第1の振り子（初めに振らせた振り子）は一度止まるのです。それから、また振れだします。第2の振り子が振れだして、第1の振り子がまた止まるということです。連成振動のときには、ある条件のときに振り子が止まるという現象があるわけです。

これが三つになりますと、完全に一つが止まるという条件が起こるのかどうか、私にはとてもアナリティック (analytic) には計算はできません。古典力学で3体問題は解けないのです。天体運動でも、月と太陽と地球の間の運動は厳密には解けなくて、天体力学でやっている方法は、要するに近似計算です。太陽と地球の二つの系では、皆さんも高等学校時代から習っているケプラーの法則に従い、楕円軌道で運動しています。その楕円軌道に対して、月の影響を **perturbation** (摂動) で考えて、月があると楕円軌道がどれだけ変わるかという摂動計算をするわけです。月の影響で地球の軌道が変わるのではなく、そのために太陽や月の運動も変化するわけです。それが変化すると、またどのようになるかということを経済計算で計算して行って、天文観測に必要な精度、秒の精度で運動を決めるということをしているわけです。



他の問題についても同じで、現在では逐次近似といっても、コンピューターで逐次近似を計算することが可能です。任意の三つの物体に対しての方程式は書けるのですが、それを解くことは、多分できないだろうと思います。

振り子の場合にも、三つの振り子がカップルしているという問題は、カップルしている式は書けても、多分解けないだろうと思いますので、解き方をご存じの方がいらっしゃいましたら、やっていただければ幸いです。ちょっと余分なことかもしれませんが、



ど、そのようなことを申し上げて、後にご質問や実験、どのような初期条件でやってみた

いかというようなことがありましたら、できる限りの実験はやってみます。

以上で私の話は終わります、ご質問その他をお待ちしています。どうも、ご清聴ありがとうございました（拍手）。

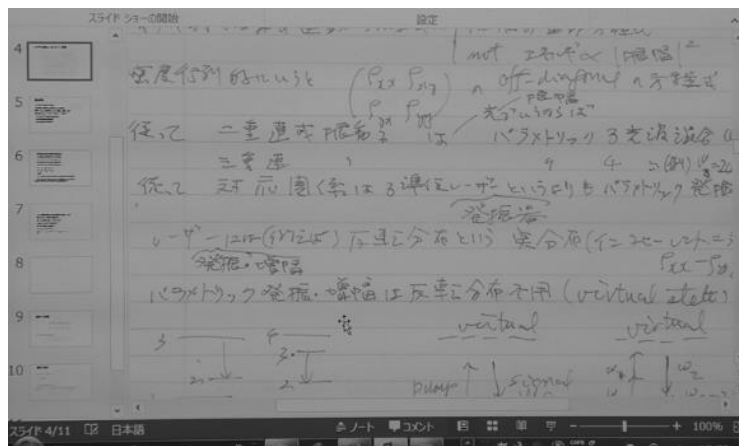


美濃島 霜田先生、どうもありがとうございました。それでは、質疑と討論の時間になりたいと思いますが、小林先生がぜひ聞きたいことがあるというので、お願いします。

小林 興味深いお話と、貴重な実験、ありがとうございました。機械的振動についての議論のときに、3準位レーザーとの比較をしていましたけれど、レーザー増幅を考えたときに、レーザー増幅というの



うのは、インコヒーレントなポピュレーションのインバージョンというか、ポピュレーションの差が光を発して、それがレーザー共振にあたり、コヒーレンスが発生する。もともとは、コヒーレントでない過程で、パラメトリック増幅の場合は、こちらに書いてある先生のお示しになられているのは振動振幅の議論ですので、強度ではない、つまりエネルギー



ーではなく振幅だと思ふのです。そうすると、今使われているのはパラメトリック増幅の過程で、レーザーの場合は反転分布、2準位レーザー、3準位レーザーでも反転分布ということで、(左側から)これが3準位レーザー、4準位レーザーで、引き起こすのは、ここここ間のポピュレーションインバージョンで、マトリックスエレメントでいえば、ダイアゴナル(対角の)成分の差によっていると思ふのです。

ところが、パラメトリックの場合は、オフダイアゴナル(非対角の)イコライゼーションによって、ポンプ光とシグナル光を導入して、その分極の間の相互作用によって、ポンプ光によってシグナルが増幅されて、同時にアイドラが出てくるというので、これが3光波パラメトリック増幅で、4光波パラメトリック増幅というのはバーチャルな状態を介していくと思ふのです。

先生のお示しになられたのは、ポピュレーションというより増幅振動、振動の振幅がブルされているので、そうではないかと。

霜田 最後の4光波のパラメトリックの系に近い。

小林 4光波パラメトリックを示されたと思ふのです。

それで、quantumのところ、何十倍も変わるとおっしゃられた点についてですけど。

霜田 quantumについて、何と言いましたか。

小林 アブストラクトのところ、 $4^3 \times 4^2$ と、エネルギーが保存しない的なきなのですけれど。

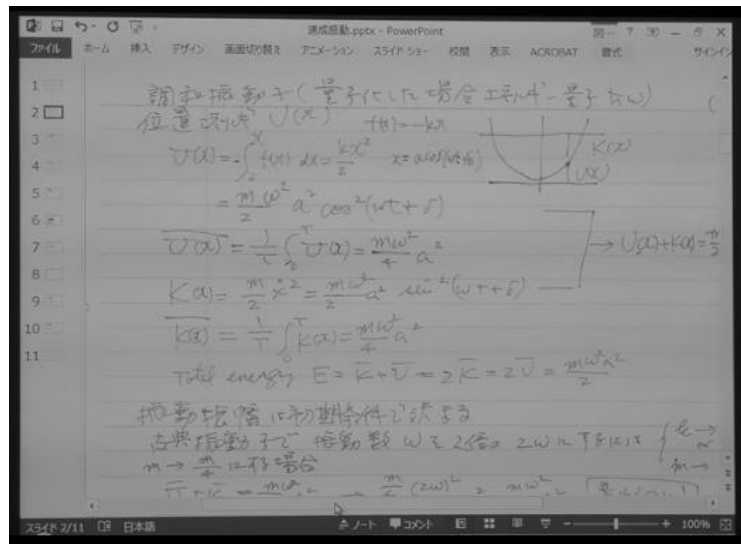
霜田 エネルギーは保存しているけれど、シンメトリーの関係が……。

小林 重力の振り子とバネ振り子が等価であるということですが……。

霜田 重力の振り子だと、3次の非線形なのです。

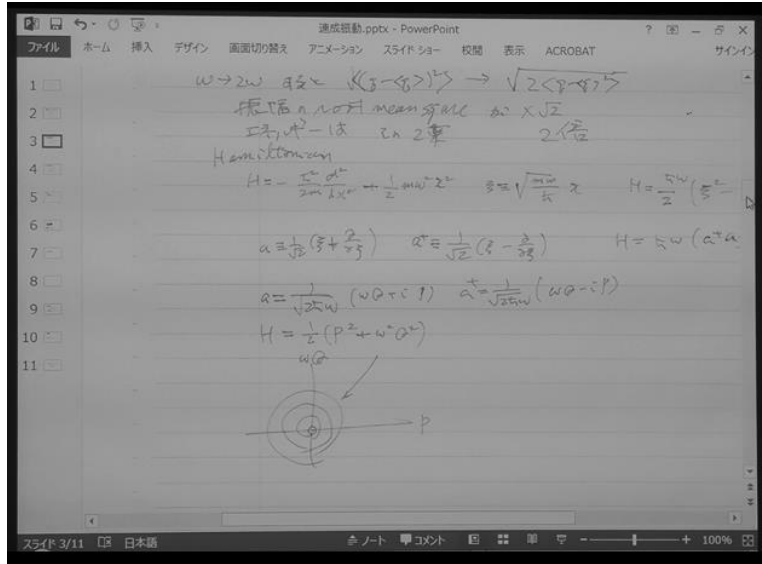
小林 調和振動子、今、先生のモデルではハーモニックな範囲、最後のはハーモニックな場合でしたけれど、それまでを全部ハーモニックと仮定すると、古典的な場合の調和振動子で量子化した場合には、エネルギー量子が $\hbar\omega$ で、これは古典の話です。位置エネルギーは、バネで $-kx$ 。そのバネは先生が示された重力の振り子と、普通のバネと等価であるということ、先ほど示しました。

これがトータルエネルギーで、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和が一定である、エネルギーを保存している。そのときに、ポテンシャルエネルギーが時々刻々どのように変化するかというのは、エネルギーというのはフォースをディスプレイメントで積分したものですから $kx^2/2$ になって、 x というのは振動式を解くと $a \cdot \cos(\omega t + \delta)$ で、初期位相を適当に入れまして、このようになって、それを周期 T で平均すると、このようになって、運動エネルギーはこのようになりますけれど、やはり周期平均を取ると等しくな



って、これは等分配の法則で、ポテンシャルエネルギーの平均値とキネティックエネルギーの平均値は等しい。従って、トータルエネルギーはキネティックエネルギーとポテンシャルエネルギーの和が、2倍の K であり、2倍の U であるという値になる。

その振動振幅は周波数によるのではなく、われわれがセットした、どこから振り始めさせるかという初期条件で決まるので、固定振動子で ω を2倍の 2ω にするために k を $4k$ にするか、マスを $m/4$ にするか、どちらかなわけですけれど、そのうちの一つの場合で、マスを $1/4$ にします。そうすると周波数が2倍になります。それでエネルギーを計算してみると、2倍にしたのだけれど、エネルギーは変わらないと言うことができます。なので、振動解でやる場合は、エネルギーは2倍のところ、古典的に見た場合には、このように変わらない。



量子的に見た場合には、 ω を 2ω にすると、ハミルトニアンはこのようになって、固有解はエルミート関数になります。エルミート関数では面倒くさいので、これを第2量子化して書くと、このようになるというように $a^+a + 1/2$ となつて、それを P, Q という座標で表すと、このようになります。

そのフェーズ定数において、 P, Q の Q の展開、楕円の大きさがエネルギーに比例して、それが増えてくるエネルギーなのですけれど、そのときにおいても、 ω を 2ω にしたときにエネルギーは2倍になるのですけれど、振幅は2倍ではなく $\sqrt{2}Q$ になって、エネルギーとしてはやはり2倍になると考えたのですけれど。

ですから、古典的に見ても量子的に見ても、周波数を上げてもエネルギーの量は振幅によって決まって、 ω によっているのではないかと考えたわけです。

霜田 そのたたくさんの式が、私には見えないし、よく聞き取れないところもあって、よく分からないのですけれど、私が言ったことは、共鳴を3光子、つまり3準位レーザーに相当する、トランジションに相当する古典的な振動子をつくるためには、2次の非線形を入れなければいけないということで、先ほどのような振り子を考えたわけです。重力振り子では、重力による力が θ ではなく $\sin \theta$ で表されるのは、 θ の3乗でしかないわけで、 θ の2乗に相当する力を入れることによって、それが実験できるのではないかということで、実験したのです。それが小林先生の言われたことと、どういう関係があるのか、今は細かいところが読めませんので、申しわけありません。

小林 その部分は、完全に私も理解できました。バネを付けて、非対称にして、安定対称性を破って結合の要素にする、つまり非線形光学の言葉で言えば、 χ_2 を入れると。普通、シメトリックな系では $\chi_2 = 0$ なのですけれど……。

霜田 それから、バーチャルステート (virtual state) を借りてくるというかそういうふ

うになっているということによって、遅いトランジションが起こるということになってくることも、そのとおりです。それに相当する効果を、古典的な振り子で実験してみようということで、苦勞したということです。基本的な議論の細かいところは、私もすぐできませんので、皆さんがそれぞれ考えていただければよろしいと思います。

小林 どうも、ありがとうございます。

美濃島 まだお時間がありますので、他の方からも、ご質問等ありましたらお願いします。いかがでしょうか。

桂川 図4の振り子で1、2、3とあって、2番がドライビングになっていると思うのですが、結合を作るときに、2を中心に、2と1、2と3という構成になっていると思います。これを、2と1、または1と2というふうに結合することは、駄目なのでしょうか。最終的には、1と3が……。



霜田 図4というのは、2月の方の、プリントの図ですか、今日配った方の図ですか。

美濃島 両面ある方ですか。

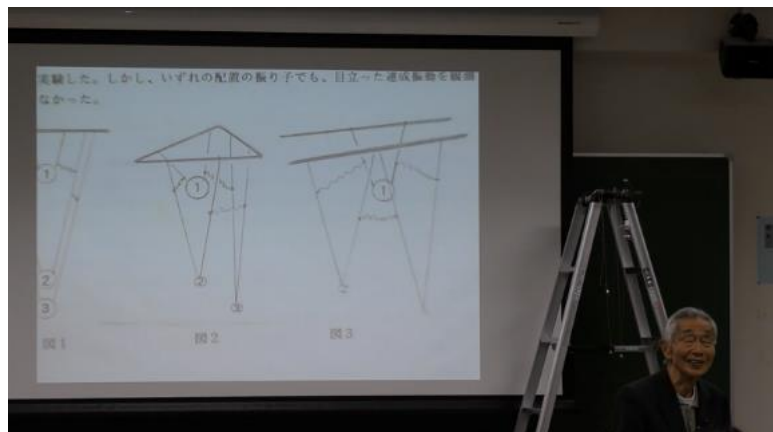
桂川 両面の方です。その絵です。結合の作り方を2と3ではなく、1と3という形で結合するのは駄目なのでしょうか。

霜田 図4の形で1と3をつなぐと、2のつりひもとぶつかってしまうわけです。それでできないのです。

桂川 そうですか。少しずつらすというのは。

霜田 ずらしてやるというのが、2月17日のプリントの方です。

桂川 最終的に1と3が同相でという形を考えると、1と3を結合する方が、最初から同相に入る感じがしますので、量子的なモデルを考えても、2光子で励起して1と2をと考えると、1と3を直接……。



霜田 それでも、非線形を入れない場合には、そのような結合をしたのが、前の図2と3です。2と3の実験では、連成振動は起こるのかもしれませんが、初めに与えた横振

れなどの望ましくない振動で、それはだんだん減衰するのですけれど、減衰するまでの間に連成運動が立ち上がってくるのが、ひいき目に見れば見えるというぐらいで、ちょっと見たぐらいでは分からないほどしか起こらなかったというのが結果です。

桂川 1次元的に配置して、かつ、うまくゆるく結合できると。

霜田 質問は、どのようなことですか。

桂川 そのような結合は駄目かといいますか、そのような結合の方が、最終的にきれいに振動しやすいかと思ったのですけれど、実際には配置的にぶつかってしまうので、難しいのですね。

霜田 考えの上では確かにいいはずですけど、いいはずだということでも実験してみても、ここにやったような効果、初めに与えたランダムというか、トランジェントな振動が減ってきて、それが消えてから、連成振動が出てくるころまでは行かなかったのです。初めに与えた過渡的な振動の中に、連成振動の成分が混じっているらしいというのが見える程度だったというのが、私の実験結果でした。私が自分で見て面白い結果にならないというので工夫して、この実験に到達したというのが、私の経験です。

桂川 分かりました。どうも、ありがとうございます。

宮本 最後の実験で、長い方二つを同相で振らすところから始めるというのは、実験として難しいのですか。

霜田 それでも、上の球を振らさないままにすると、連成振動にならないのです。やってみますと、これは位相がずれていきます。あまり行かないかな。上の球が動いてしまうとだめですけど、止めておいてやった方がよかったのでしょうか。

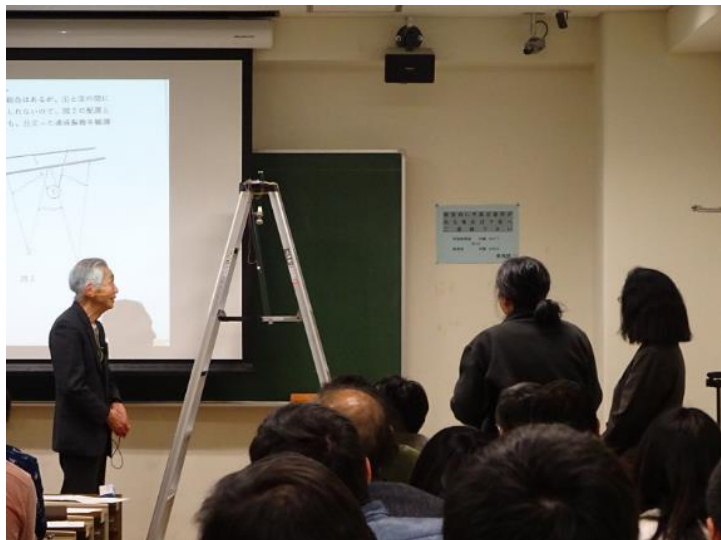
宮本 連成振動としては、どちらからスタートしても理想的にはよいのかなと思ったのですが。

霜田 引っ張ると、これも一緒に動いてしまうので、たたいてみます。

宮本 それで、むしろ上の方が……。

霜田 これでは連成振動になっていないはずですよ。

宮本 ならないですか。



霜田 はい。今は、なってしまいうかな。連成振動になるのではないかというご質問なら、もちろん、そのようになるのですけれど、これを押さえておくと、そうならないということですね。それでよろしいでしょうか。実験してみてくださいもいいですよ。



宮本 はい。

霜田 誰か、これを押さえていてください。上の球を押さえていてください。上の球を動かないようにしてやると、位相が食い違ってくるわけです。上の球を動くようにしてやると、連成振動が起こります。ただし、エネルギーが小さいので、振幅が見にくいというだけのことで、起こっています。位相が変わることは分かりやすいですね。先ほどは位相がそろっていたので、おっしゃるとおりです。

宮本 どうも、ありがとうございました。

小林 今のは、 $v_1 + v_3 = 2 \times v_2$ の実験ですね。

霜田 そうです。

小林 先生がおっしゃったのは、それが意外と容易にできたということでしたでしょうか。次数が高いので、非常に難しいかと思っていたら、意外と容易にできたとおっしゃられたのでは。

霜田 $2 \times v_2 = v_1 + v_3$ になるケースです。それは、非常にラフなチューニングでやっています。

小林 その理由を考えたのですけれど、完全にレゾナンスしていないので、そのallowanceが $2 \times v_2 = v_1 + v_3$ のときに、おのおのあるダンピング(減衰)があるの



で、共鳴幅がありますね。4 光波過程なので、共鳴幅の重なるのために、少しぐらいずれても、効率は悪くなりダンピングしてしまいますけれど、共鳴が起きやすいので、簡単にできると思ったのですけれど。

霜田 それは小林先生が、この前のときにもおっしゃったのですけれど、ダンピングがあると共鳴条件がゆるくなるといっても、ダンピング幅の逆数しか振動しないので、共鳴した振動が、その間に起こってこないことになります。

小林 ヘビーダンプの場合はそうだと思いますけれど、わずかなダンプをやって、ダンプ

ドオシレーション (damped oscillation) であるがために、共鳴幅に、ある有限幅ができて、おのおのの幅の重なりで、 ν_2 と ν_1 、 ν_3 の関係が少し外れていても、その範囲内に入ってくればエネルギー移動が起きて、それがダンプしていくということかと思いました。それが容易さの原因と思ったのです。

霜田 私は、そのクリティカルな点がよく分からないのですけれど、そのような考え方もできるのではないかと思います。すぐには何とも言えません。

白田 $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$ というのは、基本的にアシンメトリーを入れたことが本質ですよ。アシンメトリーの程度を制御すれば、それが4光波混合的な場合と似たような容易さで起こることも可能でしょうね。つまり、アシンメトリーの入れ方がバネでつながっているのを、もう少し工夫してアシンメトリーを強く入れて、片方のディストーションを大きくすれば、4光波混合的な場合とコンパラブルになるはずですね。

霜田 そうです。状態変化を大きくすればいくでしょう。それが、観測できる時間の間に、うまく起こせるかどうかということとはまた別問題だと思うのですが、原理的にはそのような考え方です。



白田 一番シンプルには、あの大きい球を、ど

こかで止めてしまえばいいわけですよ。あまり振れないように止めてしまったら、片側の振幅がんと止まって、こちらは普通のようにいくと。そのようなことをすれば非線形で、完全アシンメトリーな非線形をやって、2次の項がんと大きくなり、より分かりやすくなると。

霜田 はい。

小林 今のお話で、非対称性 (asymmetry) を入れるときに、それがもともとの調和振動子の範囲から少しずらしてやると、左右の対称性がなくなって、2次の非線形効果が出てくるようにすると、そこで振動している ω は、実は 2ω 、 3ω が混じっていますね。その助けを借りて、結合がより動きやすくなっていると思いました。

霜田 いろいろなアプローチの考え方ができますので、それぞれ一理はあると思います。

美濃島 他にいかがでしょうか。

大淵 ものすごく基本的なことが分かっていないのですけれど、振り子の1と、振り子2、3の間の結合は、どのような形になっているのでしょうか。

霜田 何と何の間の結合ですか。

大淵 1と2、3の間の結合です。

霜田 具体的には輪ゴムでつないであります。最初は輪ゴムでつないだのですけれど、ゴムは、その中でエネルギーロスがあって減衰になってしまうので、あまり長い間振動が観測できません。最終的には木綿糸でつないであります。2重振り子の実験でも、そうすると思います。その間を糸でつなぐとか、直接結び付けてしまうというようなカップリングの仕方もあると思います。それに相当するわけです。上から10cmぐらいのところ、木綿糸が付けてあります。



大淵 1と2と3が、木綿糸でつながっているのですか。

霜田 そうです。これが1で、ここに木綿糸があります。2と3の、ここを木綿糸でつないであるわけです。このカップリングも非線形になっているわけで、これが近づくほど交わって、こちらへ行くと切れるというのも非線形です。

大淵 そうですね。だから、テンションがかかっていないときはカップリングが切れて、テンションがかかると、その意味では振り子の糸の長さも、時間の関数として変わるようなパラメトリックオシレーションだということですね。

霜田 そうです。

大淵 もう一つお聞きしたいのは、横ずれ減衰のための太い木綿糸は、なぜ横ずれだけ減衰することができるのですか。

霜田 もちろん、こちらも減衰するわけです。全部減衰します。あまり減衰が大きいと具合が悪いので、付ける位置や、ひもの太さは、このぐらいが一番うまくいったという経験的なことです。最初は、この太さの糸で振り子をつっていたわけです。すると、振り子の減衰が大きくて具合が悪い。そのときは横揺れも小さくてよかったのですが、空気抵抗を減らすために細い糸にしたところ、その減衰が減るのはいいのですが、横揺れの方が減衰しませんでした。



つまり、最初のトランジェントな望ましくない振動がいつまでも残って、連成振動が立ち上がるのがとても見えない、あるいは立ち上がってこないということで、減衰が小さい振り子にして、それにもう少し適当な、バリエーションな減衰を入れてみようということで、初めに使った少し太い木綿糸を、ここに付けてみました。

付ける位置を変えてやれば減衰率が変えられるので、適当な減衰、横揺れが邪魔にならない程度に減衰して、もちろんこちらの減衰は少し増えるのですが、それでも連成振動の方は見えるようにしようという位置に変えて、単にトライアンドエラーで適当な所につけました。これは 5 cm ぐらい上下しても、あまり違いがないことが分かります。外したらどうなるかということは、やってみるとお見せできます。

大淵 2だけに付ける理由もあるのでしょうか。

霜田 特にありませんが、2が横揺れすると、絡んできて困ったことや、場所として、こちらにはつる巻きバネを付けましたので、余っている糸になるので、そこに付けただけです。真ん中につけても、たぶん同じような効果だと思います。

大淵 どうも、ありがとうございました。

美濃島 他にありませんでしょうか。もしなければ、最後に先生の実験装置を、近くで見ただけの時間を取りたいと思いますので、ご講演は、これでいったん終わりにさせていただきます。霜田先生、ありがとうございました（拍手）。

霜田 このような実験に関心を持っていただき、ありがとうございました。先ほど言いましたように、上の振り子の動きや、下の振り子が止まる場所などは見にくいと思いますので、時間の許す限り、そばへ来てご覧になっていただきたいと思います。

美濃島 では、お時間のある方は、ぜひ前に来ていただいて、実験装置を身近に見てください。



