

3重振り子の連成振動

霜田光一

長さの違う2つの振り子は共鳴しないが、長さの違う3つの振り子の共鳴は可能で、その連成振動も起こるだろう。3つの振り子①②③の自由振動数（外部と結合が無いときの振動数）を ν_1, ν_2, ν_3 とし、 $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$ の場合と $2\nu_2 = \nu_1 + \nu_3$ の場合について実験した。

1) $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$ の実験は3準位レーザーの振り子モデルであるが、振り子と量子現象との間には類似もあれば相違もある。振動現象としては両者同様で、共鳴すれば連成振動が起こるはずである。しかし量子現象としては著しい相違がある。

この場合、 ν_1 は ν_2 と ν_3 の平均値の2倍である。振動数が2倍ならば光子エネルギーは2倍になるが、振り子ではエネルギーが小さくなる。振動数が2倍の振り子は長さが $1/4$ になるので、振幅が $1/4$ になる。振り子の重りも $1/4$ にすると、振り子のエネルギーは $4^3 \times 4^2 = 1024$ 分の1になる。同じ質量の重りにしても、振動エネルギーは16分の1になり、量子効果に比べると32分の1である。

最初の実験では、図1のように同じ3 cm ϕ の鉄球を用い、3つの振り子の長さをそれぞれ約18.70, 80 cmにして、輪ゴムをゆるくつないで振り子を結合させた。この実験では、どうしても連成振動を観測することができなかった。振り子①に32倍の質量の重りをつけることはできないので、その代わりに振り子②と③の重りを1 cm ϕ の鉄球にした。それにより、振り子の長さを丁寧に調節して共鳴条件にすれば、わずかながら連成振動を観測することができた。振り子①の振動エネルギーが小さいことに加えて、短い振り子では減衰時間が短いことも問題であることが分かった。

図1の配置の振り子では、振り子①と②の結合と②と③の結合はあるが、①と③の間に直接の結合はない。そのために連成振動が起こり難いのかもしれないので、図2の配置と図3の配置でも実験した。しかし、いずれの配置の振り子でも、目立った連成振動を観測することができなかった。

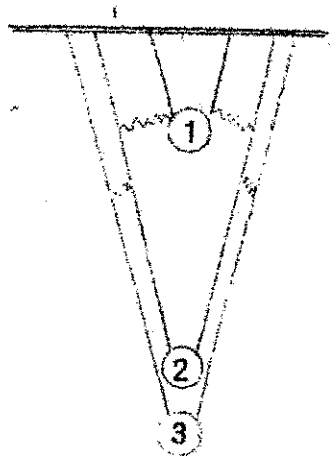


図1

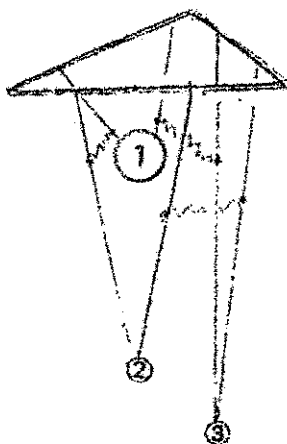


図2

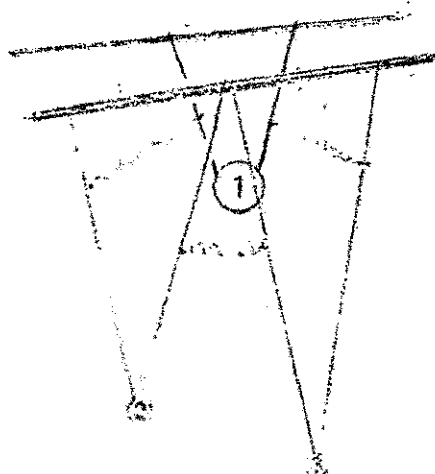


図3

2) $2\nu_2 = \nu_1 + \nu_3$ の場合の実験は、2光子励起蛍光に相当する振り子モデルである。 $\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 = 4 : 5 : 6$ となるようにおおよそ $l_1 = 72 \text{ cm}$, $l_3 = 32 \text{ cm}$, にして l_2 は 46 cm 前後で微細調節できるようにした。振り子①と③の重りは 1 cm ϕ の鉄球にして、振り子②は連成振動のエネルギー源なのでその重りには 3 cm ϕ の鉄球を用いた (図4)。振り子②の振動の第2高調波 (音なら2倍音) で振り子①と③を励振するのだが、通常の振り子は左右対称なので第3高調波は存在するが、第2高調波がない。そこで振り子②の実効的長さが左右で異なるように工夫した。その結果、この実験で顕著な連成振動を実現することができた。

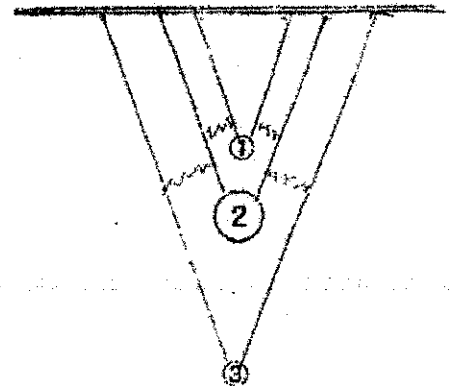


図4

これに比べると、1) の実験では連成振動がごく僅かしか起こらない原因はまだ良く分からないが、量子論では次のように説明することができるだろう。

3準位のエネルギーを E_1, E_2, E_3 とすると、1) の実験では $h\nu_1 = E_3 - E_1$, $h\nu_2 = E_3 - E_2$, $h\nu_3 = E_2 - E_1$ であり、2) の実験では $2h\nu_2 = E_3 - E_1$, $h\nu_1 = E_3 - E_2$, $h\nu_3 = E_2 - E_1$ である。一般に量子的定常状態は空間的に対称または反対称である。対称状態を e (even, 偶)、反対称状態を o (odd, 奇) と表す。そうすると、分光学的許容遷移は $e \rightarrow o$ または $o \rightarrow e$ であり、 $e \rightarrow e$ と $o \rightarrow o$ は禁制遷移である。

そこで3準位系の最低エネルギー準位 E_1 の対称性が e とすると、2光子遷移で励起される準位 E_3 の対称性は e で、 E_3 から許容遷移する準位 E_2 の対称性は o となるので、 E_2 から E_1 へも許容遷移が起こる。しかし1) の場合には、 E_3 の対称性が o になるので、 E_3 から E_2 への遷移で E_2 の対称性は e になり、 E_2 から E_1 への遷移は許されない。準位 E_1 の対称性が o であっても、同様の結論になる。(ただし、これは各準位に縮退がないとした場合である。)

ルビーの3準位レーザーでは E_2 から E_1 へが禁制遷移なので E_2 の寿命が長く、励起光が続いている間準位 E_2 の分布が蓄積されて、基底準位 E_1 に対して反転分布を生じてパルス発振するのである。禁制遷移は許容遷移の100万分の1程度の遷移確率なので、これに対応する振り子の実験では、とても観測にかからない。

図1、図2、図3の実験で僅かながらも連成振動が観測されたのは、輪ゴムの結合によって対称性が歪んだ効果ではないだろうか。重りの鉄球は木綿糸でV字形に吊しているが、輪ゴムによって少し、くの字形になり、それが相互作用を生じているが、一方でそれが対称性を崩しているのであろう。

弾性振り子における“自発的対称性の破れ”の現象も、古典力学より量子力学の方が容易に説明できる。量子力学は不確定性を基礎にして作られているが、古典力学は決定論的な因果律を基礎にしているので、不確定現象の取扱いが困難になるのである。非線形効果の取扱いも、古典力学と量子力学とは場合によって相違する。

非線形 3 重振り子の連成振動 $\nu_1 = \nu_2 + \nu_3$ の実験

霜田光一

振動数	振り子の長さ	重り
① ν_1	16 cm $\pm \epsilon$	3 cm ϕ 鉄球 2 個
② ν_2	64 cm	1 cm ϕ 鉄球
③ ν_3	68 cm	1 cm ϕ 鉄球

振り子①は 0.28 mm ϕ の鉄線を V 字形にして重りをつるした。
 振り子②と③は木綿糸を V 字形にして重りをつるした。
 振り子②には、横揺れ減衰のための太い木綿糸をつけた。
 振り子③には 0.29 mm ϕ の黄銅線のつるまきバネをつけた。

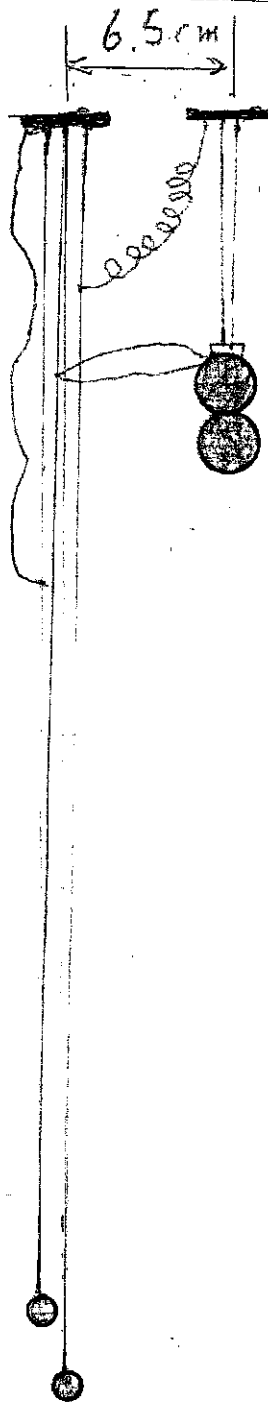
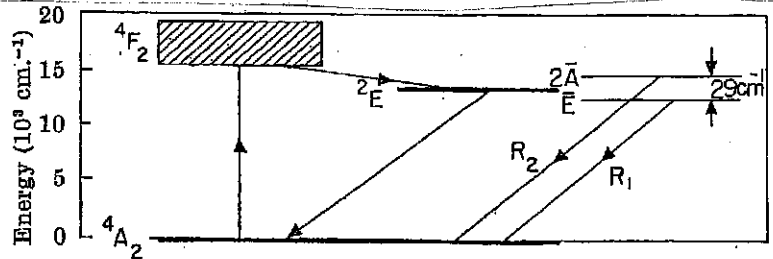
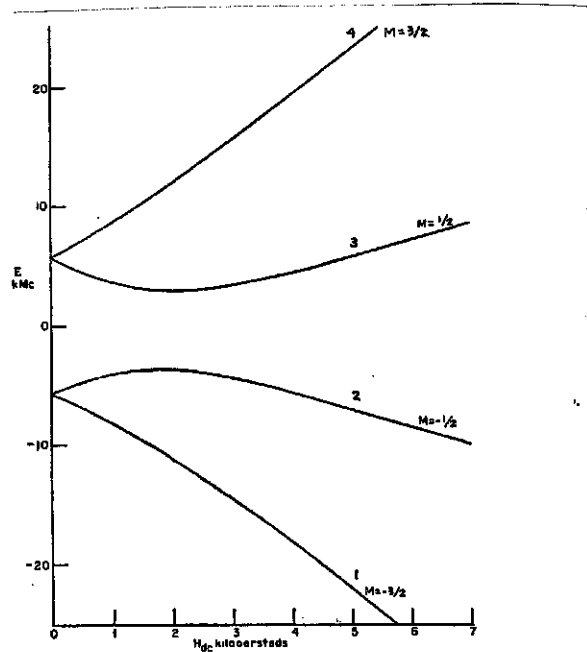


図 1 側面図



Energy-level diagram of Cr³⁺ in corundum, showing pertinent processes

図 2 ルビーレーザーのエネルギー準位



Energy levels of Cr³⁺ in a ruby as a function of magnetic field for an angle of 60° between the crystal axis of symmetry and the dc magnetic field.

図 3 ルビーレーザーのエネルギー準位